

УДК. 621. 771. 01

Максименко О. П.
Измайлова М. К.
Лобойко Д. И.

РАЗРАБОТКА МОДЕЛИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ УДЕЛЬНЫХ СИЛ ТРЕНИЯ

В работах [1–3] и других приведены модели распределения удельных сил трения в очаге деформации, которые в определенном диапазоне изменения параметров прокатки дают достаточно близкие по отношению к результатам опытов значения. Однако они относятся к разряду подходящих функций и физического обоснования не имеют.

Целью работы является разработка модели распределения удельных сил трения и попытка ее обоснования с позиции современной теории прокатки.

Мысленно представим процесс прокатки как осадку в направлении оси, проходящей под углом $\alpha/2$ (α – угол захвата) к вертикали с последующей транспортировкой металла из очага деформации как упругого тела. Выделим элемент металла в виде треугольной призмы (рис. 1) и рассмотрим его равновесие в условиях осадки. Предположим, что деформация является плоской и взаимно-перпендикулярные грани призмы являются главными площадками. В этом случае на гранях призмы будут действовать главные нормальные напряжения σ_1 и σ_3 , а на контактной поверхности, являющейся наклонной площадкой, – нормальное давление p_x и касательное напряжение τ_{oc} .

Условие равновесия элемента имеет вид:

$$\begin{cases} \sigma_1 \sin \psi dl - p_x \sin \psi dl + \tau_{oc} \cos \psi dl = 0 \\ \sigma_3 \cos \psi dl - p_x \cos \psi dl - \tau_{oc} \sin \psi dl = 0 \end{cases}$$

Вычитая второе выражение из первого и учитывая уравнение пластичности, имеем:

$$\tau_{oc} = \frac{1}{2} 2k \sin 2\psi.$$

При выделении элемента справа от оси 3-3 касательное напряжение τ_{oc} изменит свое направление, т. к. пластическое течение металла направлено в противоположную сторону. Конечное выражение, для определения τ_{oc} справа от оси 3-3 имеет вид аналогичный выше приведенному уравнению. Если принять за начало отсчета ось 0-0 (рис. 1), то получим одно уравнение, описывающее изменение удельных сил трения на контакте при осадке металла валками:

$$\tau_{oc} = \frac{1}{2} 2k \sin 2\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right), \quad (1)$$

где $2k$ – сопротивление деформации металла;
 φ – текущий угол в очаге деформации.

Выделим вторую составляющую трения, связанную с транспортированием через очаг деформации предварительно продеформированных элементов металла. Пусть эта составляющая зависит от скольжения и определяется функцией:

$$\tau_{тр} = fp_x. \quad (2)$$

Тогда удельная сила трения t_x в зоне контакта полосы с валками приобретает вид:

$$t_x = \tau_{тр} + \tau_{oc} = fp_x + \frac{1}{2} 2k \sin 2\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right). \quad (3)$$

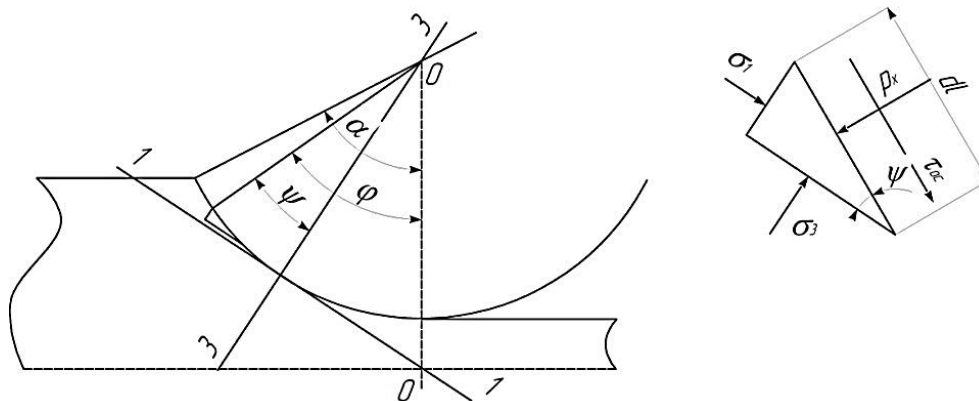


Рис. 1. Схема сил, приложенных к элементарной призме

Заметим, что f является условным коэффициентом, как следует из выражения (3) он не равен среднему коэффициенту трения в очаге деформации, полученному как отношение площадей эпюр удельных сил трения и нормального давления:

$$f_{\text{ср}} = \frac{\int_0^{\alpha} t_x d\varphi}{\int_0^{\alpha} p_x d\varphi} = \frac{\int_0^{\alpha} t_x d\varphi + \left| \int_0^{\gamma} t_x d\varphi \right|}{\int_0^{\alpha} p_x d\varphi}. \quad (4)$$

Необходимо отметить, что представленная модель в определенной мере соответствует уравнению К.Н. Шевченко, приведенному в [4]:

$$\tau_x = fp_x + t_0(v_B - v_x), \quad (5)$$

где t_0 – некоторая постоянная;

v_x – скорость металла (тангенциальная);

v_B – линейная скорость вращения валков.

Модели (3) и (5) изменения удельных сил трения относят к разряду двухзвенных.

Проведем проверку на соответствие выражения (3) предельным условиям прокатки. Из теории известно, что предельная захватывающая способность валков возникает при $\alpha = 2f_y$. В этом случае очаг деформации представляет собой только зону отставания и удельные силы трения на выходе металла из валков равны нулю. В первом приближении, принимая $\sin 2\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) \approx 2\left(\varphi - \frac{\alpha}{2}\right) \text{ рад}$ и учитывая граничные условия на выходе металла из валков для давления ($p_x = 2k$) и для удельной силы трения в предельном случае прокатки ($t_x = 0$) из уравнения (3) получаем $\alpha = 2f$. Как видно, выражение (3) отражает предельное условие прокатки в установившемся режиме.

Вводя во второй член выражения (3) коэффициент $n_1 = \left(\frac{2f}{\alpha}\right)^2$, из последнего можно получить известное в теории уравнение для определения угла нейтрального сечения:

$$\gamma = \frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{\alpha}{2f}\right).$$

Проведенный анализ показывает, что предлагаемая модель трения соответствует предельным и кинематическим условиям прокатки.

В работе [5] А. П. Грудев сделал существенное замечание относительно формулы К. Н. Шевченко, связанное с тем, что произведение $f p_x$ составляет только часть от общей удельной силы трения в контакте вала и полосы. Тогда как в теории принято считать, что это произведение представляет собой полную удельную силу трения. Учитывая это, введем в уравнение (3) коэффициент n_2 , который по величине всегда меньше единицы и определяется из граничных условий при решении дифференциального уравнения Т. Кармана. Это возможно, так как модель (3) описывает изменение удельных сил трения по всей длине очага деформации, как в зоне отстаивания, так и в зоне опережения. Следовательно, граничное условие, что при $h_x = h_1$, давление $p_x = 2k$ можно использовать для определения n_2 .

Кроме того, для того, чтобы произведение $n_2 f$ было близким к коэффициенту трения скольжения в упругой и начальной части очага деформации ко второму слагаемому в качестве множителя введем функцию $\frac{\varphi - \alpha}{\alpha}$.

Окончательно предлагаемая модель распределения удельных сил трения в очаге деформации при прокатке приобретает вид:

$$\frac{t_x}{2k} = n_2 f \frac{p_x}{2k} + \frac{1}{2} \sin \left[2n_1 \left(\varphi - \frac{\alpha}{2} \right) \right] \frac{\varphi - \alpha}{\alpha}. \quad (6)$$

Дадим некоторые пояснения в отношении методики расчета удельных сил трения согласно (6) и среднего коэффициента трения в очаге деформации.

Заметим, что этот коэффициент должен быть получен из решения дифференциального уравнения Т. Кармана с учетом (6) и равен его опытному значению для заданных условий прокатки. Поэтому процедура решения состоит из нескольких этапов. Предварительно следует задаться условным коэффициентом f . В первом приближении он может быть принят равным опытному значению коэффициента трения скольжения, или рассчитан по одной из известных эмпирических формул, например, формуле А. П. Грудева [6]. В результате решения уравнения Т. Кармана с учетом модели трения (6) получаем эпюры распределения контактных напряжений и средний коэффициент трения $f_{\text{ср}}$. Если этот коэффициент не удовлетворяет опытными данными, то варьируя величиной f , находим требуемое значение $f_{\text{ср}}$. В этом случае рассчитанное среднее давление металла на валки будет соответствовать опытному значению коэффициента трения и равновесию полосы в очаге деформации.

Для расчета $\frac{p_x}{2k}$, $\frac{t_x}{2k}$ и $f_{\text{ср}}$ с применением ЭВМ была разработана программа численного определения этих величин с использованием метода Рунге-Кутты.

По нашему мнению, эту методику расчета контактных напряжений и среднего коэффициента трения можно распространить на случаи тонколистовой горячей и холодной прокатки, а также при определении продольной устойчивости полосы в очаге деформации.

Ниже приведены примеры расчета контактных напряжений при параметрах деформации, соответствующих опытной прокатке жести и тонкого листа. Так, в работе [7] приведены режимы обжатий, кинематические и силовые параметры при прокатке жести 0,2×855 мм на стане 1400. Расчеты распределения $\frac{p_x}{2k}$ и $\frac{t_x}{2k}$ проведены для случаев прокатки в третьей и четвертой клетях. Параметры деформации приведены в табл. 1. Результаты вычислений показаны на рис. 2 и в табл. 2 (знаменатель).

Корректируя значение f , равенство между $f_{\text{ср}}$ и опытным коэффициентом трения f_y ($f_{\text{ср}} = f_y = 0,049$) при прокатке в третьей клетке было достигнуто при $f = 0,057$ (табл. 1). Заметим также, что произведение $f \cdot n_2 = 0,04$ существенно ниже среднего по очагу деформации коэффициента трения. Необходимо также отметить, что расчетные и опытные значения

безразмерного среднего давления $\frac{P_{\text{ср}}}{2k}$ и опережения S достаточно близки. При расчете опережения угол нейтрального сечения определяли непосредственно из эпюры распределения удельных сил трения.

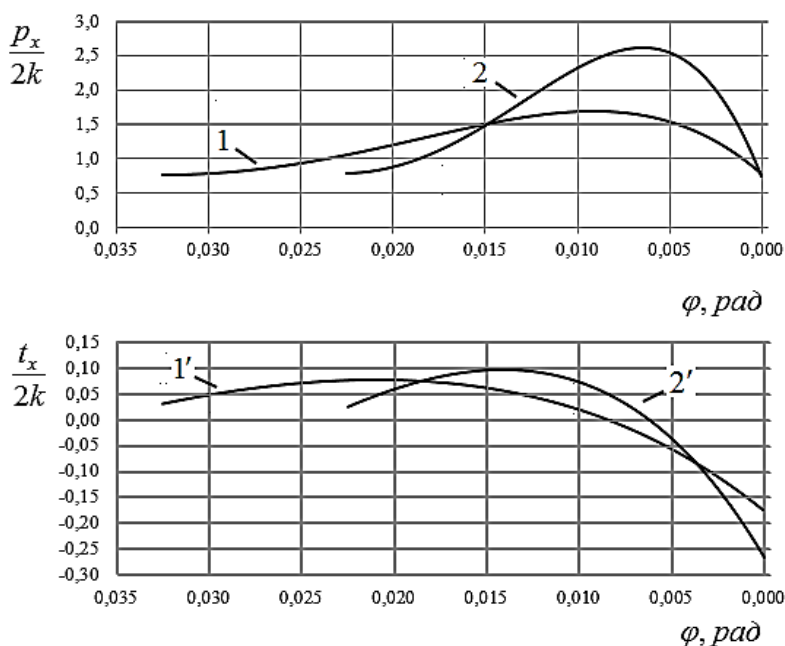


Рис. 2. Распределение контактных напряжений при прокатке металла в третьей и четвертой клетях стана 1400:

1 и 1' – $\frac{p_x}{2k}$ и $\frac{t_x}{2k}$ при прокатке в третьей клетке;

2 и 2' – $\frac{p_x}{2k}$ и $\frac{t_x}{2k}$ при прокатке в четвертой клетке

Таблица 1
Режимы деформации и силовые параметры при прокатке жести на стане 1400

№ клетки	Толщина полосы, мм		$\frac{\sigma_0}{\sigma_{T0}}$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{T1}}$	f_y	$\frac{P_{\text{ср}}}{2k}$	$\alpha_{\text{спл}}$	$v_B, \text{ м/с}$	$S, \%$	f	n_2
	h_0	h_1			$f_{\text{ср}}$						
3	1,24	0,73	0,238	0,223	0,049	1,21	0,0325	8,14	5,45	0,057	0,698
					0,049	1,24			5,39		
4	0,73	0,44	0,223	0,266	0,048	1,33	0,0225	13,56	7,55	0,059	0,565
					0,048	1,6			6,38		

Примечание: σ_0 и σ_1 – заднее и переднее удельные натяжения; σ_{T0} и σ_{T1} – предел текучести металла до входа в очаг деформации и на выходе из него.

Аналогичные выводы можно сделать, анализируя данные прокатки металла в четвертой клетке.

Продолжая сравнительный анализ, рассмотрим распределение контактных напряжений при условиях прокатки, приведенных в работе [8]. Расчеты выполнены для случаев прокатки образцов под номерами фигур 94 и 97. Параметры прокатки и силовые характеристики деформации приведены в табл. 2. Расчетные значения среднего давления $\frac{P_x}{2k}$ и опережения S показаны в знаменателе этой таблицы.

Таблица 2

Режимы деформации и силовые параметры при холодной прокатке листовой стали в лабораторных условиях [8]

№ фигуры	Толщина полосы, мм		$\frac{\sigma_0}{\sigma_{T0}}$	$\frac{\sigma_1}{\sigma_{T1}}$	$S, \%$	$\frac{p_{cp}}{2k}$	$\alpha_{спл}$	$l_{спл},$ мм	$v_B,$ мм/с	f_{cp}	f	n_2
	h_0	h_1										
94	1,95	1,50	0,394	0	1,4	1,05	0,056	7,98	50	0,16	0,21	0,68
					2,4	1,1						
97	1,95	1,32	0	0	5,7	1,55	0,061	9,82	42	0,12	0,21	0,41
					5,9	1,52						

Из табл. 2 следует, что при холодной прокатке стальных образцов под номерами 94 и 97 так же, как и при прокатке жести (табл. 1) расчетные и опытные значения среднего давления и опережения достаточно близки. Результаты расчетов также приведены на рис. 3. Как видно, в этом случае картина распределения сил трения несколько отличается от эпюр, приведенных на рис. 2. По-видимому, это связано с увеличением среднего коэффициента трения в очаге деформации. Сравнивая кривые распределения давления при прокатке образцов 94 и 97 с разным задним натяжением, приходим к известному выводу, что с увеличением заднего натяжения контактное напряжение $\frac{p_x}{2k}$ уменьшается.

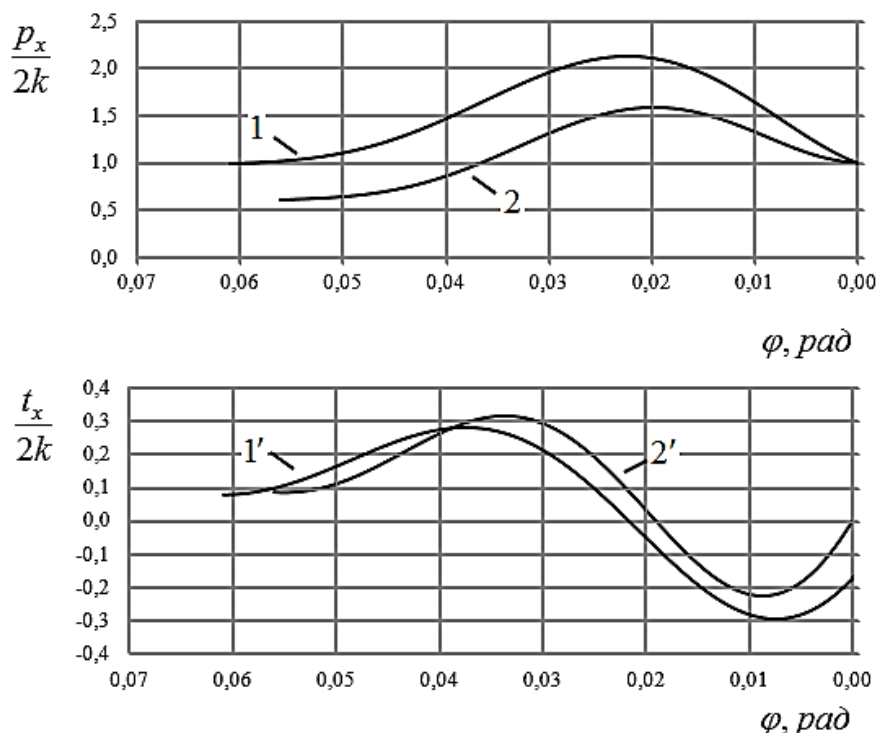


Рис. 3. Распределение контактных напряжений в соответствии с результатами опытов [8]:

1 и 1' – $\frac{p_x}{2k}$ и $\frac{t_x}{2k}$ при прокатке образца 94;

2 и 2' – $\frac{p_x}{2k}$ и $\frac{t_x}{2k}$ при прокатке образца 97

ВЫВОДЫ

В работе предложена двухзвенная модель распределения удельных сил трения в очаге деформации, которая учитывает известные положения теории прокатки. Разработана методика расчета этих напряжений. Имеет место определенное соответствие между расчетными и опытными эпюрами удельных сил трения, а также значениями среднего давления, опережения и коэффициента трения.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Контактное трение в процессах обработки металлов давлением / А. Н. Леванов, В. Л. Колмогоров, С. П. Буркин [и др.] – М. : Металлургия, 1976. – 416 с.
2. Семенюта А. Я. Определение удельных давлений при прокатке широких полос средней толщины / А. Я. Семенюта // ДМеТи. Обработка металлов давлением. Научные труды. – М. : Металлургия, 1967. – Т52. – С. 118–123.
3. Василев Я. Д. Модель напряжений трения при тонколистовой прокатке / Я. Д. Василев, А. В. Дементненко. // Изв. вузов. Черная металлургия. – 2002. – № 1. – С. 29–33.
4. Шевченко К. Н. Закон трения при прокатке и другие замечания. / К. Н. Шевченко // Теория прокатки. Материалы конференции по теоретическим вопросам прокатки. – М. : Metallurgizdat, 1962. – С. 459–461.
5. Грудев А. П. Внешнее трение при прокатке / А. П. Грудев. – М. : Металлургия, 1973. – 288 с.
6. Грудев А. П. Теория прокатки / А. П. Грудев. – М. : Металлургия, 1988. – 240 с.
7. Василев Я. Д. Разработка энергосберегающих режимов натяжения на непрерывных станах холодной прокатки / Я. Д. Василев // Металлургическая и горнорудная промышленность. – 2013. – № 2. – С. 34–38.
8. Королев А. А. Новые исследования деформации металла при прокатке / А. А. Королев. – М. : Машиз, 1953. – 267 с.

REFERENCES

1. Kontaktnoe trenie v processah obrabotki metallov davleniem / A. N. Levanov, V. L. Kolmogorov, S. P. Burkin [i dr.] – M. : Metallurgija, 1976. – 416 s.
2. Semenjuta A. Ja. Opredelenie udel'nyh davlenij pri prokatke shirokih polos srednej tolshhiny / A. Ja. Semenjuta // DMeTi. Obrabotka metallov davleniem. Nauchnye trudy. – M. : Metallurgija, 1967. – T52. – S. 118–123.
3. Vasilev Ja. D. Model' naprjazhenij trenija pri tonkolistovoj prokatke / Ja. D. Vasilev, A. V. Dementnenko. // Izv. vuzov. Chernaja metallurgija. – 2002. – № 1. – S. 29–33.
4. Shevchenko K. N. Zakon trenija pri prokatke i drugie zamechanija. / K. N. Shevchenko // Teorija prokatki. Materialy konferencii po teoreticheskim voprosam prokatki. – M. : Metallurgizdat, 1962. – S. 459–461.
5. Grudev A. P. Vneshnee trenie pri prokatke / A. P. Grudev. – M. : Metallurgija, 1973. – 288 s.
6. Grudev A. P. Teorija prokatki / A. P. Grudev. – M. : Metallurgija, 1988. – 240 s.
7. Vasilev Ja. D. Razrabotka jenergoberegajushhijh rezhimov natjazhenija na nepreryvnyh stanah holodnoj prokatki / Ja. D. Vasilev // Metallurgicheskaja i gornorudnaja promyshlennost'. – 2013. – № 2. – S. 34–38.
8. Korolev A. A. Novye issledovanija deformacii metalla pri prokatke / A. A. Korolev. – M. : Mashgiz, 1953. – 267 s.

Максименко О. П. – д-р. техн. наук, проф. ДГТУ
Измайлова М. К. – канд. техн. наук., доц. ДГТУ
Лобойко Д. И. – аспирант ДГТУ

ДГТУ – Днепродзержинский государственный технический университет, г. Днепро-дзержинск.

E-mail: darloboiko@gmail.com